

Het aequivalentiebeginsel in de verzekeringwiskunde

Prof. Dr C. Campagne¹

*Mijne Heren Bestuurderen van Stad en Universiteit, Mijne
Heren Bestuursleden en Curatoren der Stichting voor Hoger
Onderwijs in de Actuariële Wetenschappen,*

*Mijnheer de Voorzitter en medeleden van de Verzekerings-
kamer,*

*Dames en Heren Professoren, Lectoren en Privaat-Docen-
ten,*

Dames en Heren studenten,

*en voorts Gij allen, die door Uw vererende tegenwoor-
digheid deze plechtigheid luister bijzet:*

1 Inleiding

Gij kent wellicht allen het verhaal uit Miguel de Cervantes Saavedra ‘El ingenioso hidalgo Don Quijote de la Mancha’, waarin de caballero met zijn escudero Sancho Panza geblinddoekt op het houten paard Clavileño (houten pin) een denkbeeldige tocht door het luchtruim maakt en daar velerlei en wonderbaarlijke avonturen beleeft. Zijn phantasierijke geest wordt daartoe mede gesuggereerd door geluiden en windvlagen, welke de auctores intellectuales van de grap laten maken respectievelijk doen voortbrengen. Ter voltooiing van de ‘burla’ (grap) wordt op vindingrijke wijze een explosie van het paard tot stand gebracht, zodat de geblinddoekte caballero de la triste figura en zijn escudero op onzachte wijze hun tocht op de grond beëindigen, in de stellige overtuiging een reëel avontuur beleefd te hebben.

De wiskundige pur sang, die, uitsluitend gewapend met zijn wiskun-

¹ Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het ambt van bijzonder hoogleraar in de actuariële leer der sociale verzekering aan de Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam op 25 oktober 1948. Eerder gepubliceerd in *Het Verzekerings-Archief* 27, 255-280.

dige kennis, het pad der verzekering zou betreden en daarop zou ronddolen, zou enigermate vergeleken kunnen worden met de caballero hierboven genoemd, gespeend als hij zou zijn van de werkelijkheidszin, die aanwezig moet zijn bij een onderwerp, dat gelegen is in de sfeer van het economisch handelen van de mens. Zijn phantasie, hoewel wiskundig verantwoord zou hem wellicht grootse vergezichten openen maar zijn onderneming zou het lot ondergaan van Clavileño.

Hieruit kan worden afgeleid, dat de verzekeringswiskunde geen wetenschap is, welke zich laat opbouwen met behulp van enige axioma's en postulaten van zuiver wiskundige geaardheid zonder daarbij in aanmerking te nemen de algemene regelen, welke de mens als economisch subject volgt. Inderdaad!

Een openbaar aanbod van een verzekering-maatschappij in de vorm van een premietarief voor een verzekering zal altijd gebaseerd moeten zijn op zekere onderstellingen omtrent de hoedanigheid van de groep, welke deelhebbers tot het aangaan der verzekering zullen besluiten en dus rekening hebben te houden met de auto-selecterende werking als reagens van de gemeenschap op het aanbod. Sociologische en psychologische naast zuiver economische elementen zullen door de maatschappij bij het doen van het aanbod moeten worden gewaardeerd en haar aanleiding moeten geven, zo nodig, tot het treffen van anti-selecterende maatregelen.

Onderkent men de auto-selecterende bewegingen niet of onvoldoende, dan zal dit noodzakelijk tot verlies voor de maatschappij leiden. In het project van de verzekeringswiskundige zullen zij dus gesignaleerd en verwerkt moeten worden en dientengevolge mede in de grondbegrippen van de verzekeringswiskunde op passende wijze moeten worden geïncorporeerd.

Dit heeft tot gevolg, dat wij bij onze studie over het equivalentiebeginsel in de verzekeringswiskunde ook niet-wiskundige elementen in onze beschouwing moeten betrekken. Het equivalentiebeginsel immers is zoals wij nog nader zullen zien, een afgeleid begrip, dat dus geformuleerd moet worden uit grondbegrippen. En aangezien eerst dan de betekenis van het equivalentiebeginsel ons klaar en helder voor ogen kan staan, indien deze grondbegrippen zijn ontvouwd, zijn wij genoodzaakt een summiere behandeling daarvan vooraf te laten gaan.

Eensdeels willen wij deze grondbegrippen ontleen aan het 'object'

van de verzekeringswiskunde, dat is de verzekering, door deze te beschouwen in het economische en sociologische kader. Anderzijds zullen wij doel en methodiek der verzekeringswiskunde in ons arbeidsveld moeten betrekken, hetgeen impliceert dat de meta-physische probleemstelling niet wel onbesproken kan worden voorbij gegaan.

Wij zullen ons echter beperken tot de fundamentele relaties; het bestek van deze verhandeling laat niet toe de omlijsting van ons onderwerp, anders dan in grote trekken te schetsen.

2 Het object der verzekeringswiskunde

De ruilformule der verzekering

De verzekering kan worden gedefinieerd –wij sluiten ons hierbij aan bij Furlan ‘Die Quantitätsgleichung der Versicherung’– een kanscontract, waarvoor de ruilformule luidt: ‘geld tegen een van een aleatoire gebeurtenis afhankelijke geldvordering’.

Elimineert men uit deze ruilformule het kanselement, dan blijkt dat de verzekering een bijzonder soort van crediettransactie is. De ruilformule voor de crediettransactie is immers ‘geld tegen geldvordering’.

Moet men dus de verzekering zien als een gespecificeerde deelgroep van het complex der credietcontracten, dan volgt door de nadere beperking bij introductie van het kanselement nog geenszins, dat hiermede de verzekering bij uitsluiting gedefinieerd is.

Immers ook de weddenschap en het geluksspel behoren tot de familie der kanscontracten, welke voldoen aan de nader gespecificeerde ruilformule. Met de verzekering evenwel is de groep volledig.

Wij zullen nu moeten nagaan in welk opzicht deze categorieën van kanscontracten zich onderscheiden.

Met opzet zijn deze categorieën in de gekozen volgorde geplaatst, omdat het aantal aanrakingspunten met de verzekering meer sprekend is bij het geluksspel dan dit bij de weddenschap het geval is. Vanzelfsprekend moeten wij hierbij min of meer stylerend te werk gaan, overgangsvormen tussen de categorieën bestaan, zelfs in zekere mate van geleidelijkheid.

De weddenschap

De weddenschap is een kanscontract tussen twee partijen, waarbij tegen zekere inzetten van beide partijen bij het al of niet optreden van een bepaalde gebeurtenis het totaal der inzetten ten gunste komt van een der partijen afhankelijk van de uitslag van de bepaalde gebeurtenis.

Onder gebeurtenis is hierbij te verstaan krachtens de definitie van Borel: ‘Un événement est un être abstrait dont la seule caractéristique est de se produire ou de ne pas se produire’.

Op instinctieve gronden, al dan niet meer of minder plausibel gemaakt door redeneringen op grond van kennis van zaken worden de inzetten in onderlinge overeenstemming evenredig gesteld aan de kansen van het al dan niet optreden der bepaalde gebeurtenis, waarbij de ene partij de kans op het optreden der gebeurtenis gunstiger schat dan uit vorenbedoelde verhouding voortvloeit, terwijl de andere partij juist het nietoptreden der gebeurtenis gunstiger schat dan deze verhouding.

Breiden wij de in de waarschijnlijkheidsrekening gebruikelijke terminologie uit, dan is voor beide partijen de effectieve hoop groter dan de mathematische.

Onder de mathematische hoop ener partij moet dan worden verstaan het product van de overeengekomen kans op uitkering voor die partij en de uitkering. Bij de effectieve hoop moet in plaats van de overeengekomen kans worden gesubstitueerd de kans, welke door die partij in feite verondersteld wordt aanwezig te zijn.

Uit het feit, dat ieder der partijen laatstgenoemde kans hoger stelt dan de overeengekomen –in het tegengestelde geval zouden zij niet tot het aangaan van de weddenschap besluiten– volgt het hierboven gestelde. De inzet is voorts gelijk aan de mathematische hoop en dus de effectieve hoop groter dan de inzet.

Het geluksspel

Het geluksspel onderscheidt zich van de weddenschap onder meer hierin, dat het kanssysteem behorende bij het spel op objectieve gronden kan worden vastgesteld, hetgeen bij de weddenschap niet het geval is. Dit impliceert echter geenszins, dat bij de praktische toepassing een zodanig vastgesteld kanssysteem in feite voor de bepaling van de inzet wordt gevolgd. Wel is dit het geval bij de simpele geluksspelen, welke beide

partijen tot verpozing strekken, echter bij de zoveel belangrijkere groep waarbij het geluksspel bedrijfsmatig wordt bedreven door een onderneming als een der partijen en de spelers als tegenpartij, treden bedrijfseconomische elementen naar voren, welke tot een wijziging aanleiding geven.

Behalve de geldsom ter grootte van de mathematische hoop, moeten die ondernemingen namelijk bovendien een zekere opslag als kostenvergoeding in rekening brengen. De spelers betalen dus een inzet groter dan de mathematische hoop.

In beginsel is hiermede het systeem voor ondernemingen, welke zelf geen risico bij het spel lopen, zoals vele loterij-ondernemingen, beschreven.

Hebben wij echter te maken met ondernemingen, waarvoor het geluksspel de onderneming parten kan spelen, dan moet bovendien een meer gecompliceerd element in aanmerking worden genomen, met name het feit, dat de onderneming zich tegen voor haar ongunstige afwijkingen van het risico moet wapenen. Zij vordert daarom boven de kostenopslag een toeslagpremie ter bestrijding van haar verliezen bij ongunstige afwijkingen, waarmede zij zich wapent tegen het in de waarschijnlijkheidsrekening tot uiting gebrachte verschijnsel, bekend onder de naam van 'ruïne des joueurs', met name dat bij herhaald geluksspel ten slotte de speler met het kleinste vermogen dit verspeelt en uiteraard is het vermogen van de speelbank kleiner dan het totaal vermogen van zijn tegenwoordige en toekomstige cliënten.

De vaststelling van de toeslagpremie is een probleem, bij welke oplossing verschillende elementen een rol moeten spelen en met elkaar tot een verband moeten worden gebracht.

Zelfs is de vraag betreffende de bepaling van de toeslagpremie niet voor beantwoording vatbaar, indien men het financiële plan van de desbetreffende onderneming niet kent.

Om een beeld van het probleem te kunnen geven, stellen wij ons voor, dat de onderneming over een vermogen beschikt en de toeslagpremie voor ieder van de deelnemers per speleenheid op zodanige hoogte wil bepalen dat de kans, dat de onderneming dit vermogen verliest in een tevoren bepaald aantal jaren, kleiner is dan een vooraf bepaalde grootte.

Het is dus noodzakelijk, dat waarschijnlijkheidswetten worden vastgesteld aangevende voor een, twee en meerdere jaren de frequentie van de

mogelijke afwijkingen van de waarschijnlijke uitkeringen vastgesteld op grond van het initiële kanssysteem, dat de onderneming bedrijfsmatig toe past.

Voor de vaststelling van even bedoelde kanswetten is het evenwel nodig, dat de onderneming een verwachting uitspreekt omtrent het aantal speleenheden dat in een jaar zal voorkomen.

Uiteraard maakt de noodzakelijkheid van de introductie van deze verwachting, dat de oplossing slechts bij benadering kan worden gegeven, hetgeen minder bezwaarlijk is dan het oppervlakkig bezien, lijkt, omdat de berekening slechts voor de naaste toekomst haar houdbaarheid behoeft te bewijzen en inderdaad bij richtige uitvoering bewijst; ervan uitgaande, dat gerekend mag worden op een continue bedrijfsuitoefening.

Voor de vaststelling van de meerjarige waarschijnlijkheidswetten dient men voorts de voorgenomen bedrijfspolitiek van de onderneming te weten, met name maakt het verschil of de onderneming een egalisatiesysteem van winsten en verliezen uit hoofde van afwijkingen van de waarschijnlijke uitkeringen toepast, dan wel ingeval van winst deze realiseert.

Is het initiële kanssysteem nu alternatief, dan kan bij het zuivere geluksspel, indien de kansen niet klein zijn en het aantal spelen groot is, de kanswet van de afwijkingen voorgesteld worden door de wet van Bernoulli.

Bij gecompliceerde initiële kanssystemen treden andere kanswetten voor de afwijkingen op. Om misverstand te voorkomen, bij diegenen, die menen dat met Bernoulli, Poisson en Gauss, desgewild te vermeerderen met de Pearson kanswetten, de verzameling van de kanswetten uitgeput is, dienen wellicht tot hun teleurstelling opgemerkt, dat het mogelijke aantal kanswetten niet-aftelbaar is.

Bij de praktische toepassing behoeft men dit echter niet te tragisch op te vatten, mede omdat in de toepassing de kanswet slechts in grote trekken inzicht behoeft te geven. Een verder gaande doelstelling is om praktische redenen niet mogelijk, omdat, zoals gezegd, bij de vaststelling van de kanswet onderstellingen moeten worden ingevoerd, waarvan men de mate van benadering moet afwachten.

Bepaalt het toe te passen initiële kanssysteem in grote lijnen het type van de kanswet, de onderstelling omtrent het aantal speleenheden dat de onderneming in een zekere tijdseenheid bijv. een jaar zal toelaten, stelt de

gedaante van de kanswet voor de afwijkingen vast. In welke mate deze gedaante afhankelijk is van het aantal speleenheden leert ons de wet van de grote getallen, welke aangeeft de kansverdichting naar de meest waarschijnlijke waarde bij toename van het aantal speleenheden.

Zijn de kanswetten eenmaal vastgesteld –onder het voorbehoud, boven omschreven, dat een benadering voldoende aanwijzingen geeft– dan is hiermede het probleem ter vaststelling van de toeslagpremie niet bepaald, in verband met de reeds genoemde reden dat de mate van veiligheid, welke de onderneming in acht wil nemen, eerst gefixeerd moet worden.

Deze mate van veiligheid kan men niet willekeurig kiezen. Een te grote veiligheidsvoorwaarde kan tot een toeslagpremie leiden, welke economisch niet meer verantwoord is. Men ziet hier, dat de practijk aan de theorie eisen stelt waaraan voldaan moet worden, omdat het theoretisch toelaatbare in het economische kader ondergeschikt gemaakt moet worden aan de mogelijkheid van praktische verwezenlijking.

Wij zouden in dit verband de waarschuwing van Fisher ‘Statistical Methods for Research Workers’ willen aanhalen: ‘Not only does it take a cannon to shoot a sparrow, but it misses the sparrow!’

Vanzelfsprekend moet voorts het feit of de onderneming al dan niet over vermogen beschikt, waarmede zij eveneens eventuele ongunstige afwijkingen van de waarschijnlijke verwachting zal kunnen financieren, in de berekening worden betrokken.

Al deze gegevens in onderlinge samenhang, bieden de mogelijkheid tot vaststelling van een toeslagpremie. Het verband tussen de optredende grootheden wordt nu gelegd door het in vergelijking brengen van de voorwaarde dat de middelen, welke de onderneming uit hoofde van inzetten, toeslagpremiën en eventuele vermogen kan beschikbaar stellen, zodanig moeten zijn, dat de kans, dat het totaal der uitkeringen in een zeker tijdsbestek deze middelen overschrijden, kleiner is dan een tevoren vastgestelde kans.

Kunnen onder deze middelen geen toeslagpremiën worden begrepen, doordat de onderneming deze niet heeft, dan verdwijnt de mogelijkheid om de te voren vastgestelde kans op een kleine waarde te fixeren.

Het vorenstaande bevestigt de conclusie, dat bij bedrijfsmatige uitoefening van het geluksspel de bedrijfseconomische noodzakelijkheid

bestaat toeslagen boven de uit elementaire kanssysteem te bepalen inzetten te heffen.

De mathematische hoop van een speler is dus noodzakelijk kleiner dan de verschuldigde inzet inclusief toeslag.

Niettemin gaat de speler toch het geluksspel aan, waaruit dus voort vloeit, dat de bekoring van het spel een zodanige psychologische prikkeling geeft, dat de speler de effectieve hoop gelijk kan stellen aan inzet inclusief toeslagpremie inclusief kostenopslag. Het kenmerkend verschil met de weddenschap is hiermede ontleed. Is bij beiden de effectieve hoop groter dan de mathematische, het verschil tussen effectieve en mathematische hoop heeft een geheel andere wezenstrek.

Gij zult U wellicht hebben afgevraagd, waarom het nuttig is deze analyse met betrekking tot het geluksspel zo ver door te voeren. In het economische bestel van een Gemeenschap en zeker in een als de onze speelt het geluksspel geen rol van betekenis. De woorden 'faites vos jeux' en 'rien ne va plus' worden hier althans officieel niet vernomen.

Indien wij er echter nu toe overgaan met U de verzekering te bespreken, dan moge bij de bespreking van de methodiek der verzekeringswiskunde blijken, dat in meer gecompliceerde vorm de begrippen, welke bij het geluksspel optreden evenzeer bij de verzekering aan de orde komen en zult gij er wellicht vrede mede hebben, dat wij tevoren deze bij het geluksspel hebben ontvouwd. Overigens zou men onjuist doen de betekenis van weddenschap en geluksspel in de samenleving te onderschatten. Blijkens recente schatting wordt in Engeland niet minder dan 7½% van het nationaal inkomen verwed.

De verzekering

Wij verstaan met Zwinggi 'Versicherungsmathematik' onder verzekering in het algemeen die verbintenissen tegen premiebetaling, waarbij de uitkeringen ter zake afhankelijk zijn van het voorkomen van bepaalde wel omschreven gebeurtenissen van aleatoir karakter.

Uit deze laatste toevoeging volgt, blijkens de opvatting van Risser 'Les principes de la Statistique Mathématique', de mogelijkheid tot een wiskundige premie-calculatie, immers het aleatoire karakter volgens die opvatting vooronderstelt een te berekenen kanssysteem, zij het dat deze

calculatie al naar de aard der verzekering slechts als een mindere of meerdere nauwkeurige benadering kan geschieden.

Wij sluiten hierdoor bepaalde met de naam van verzekering aangeduide crediettransacties uit. De uitkeringen ter zake van deze laatstbedoelde categorie waaronder bijvoorbeeld vallen de oorlogsmolestschadeverzekering van onroerende en roerende goederen, de werkloosheidsverzekering, enzovoorts, zijn afhankelijk van de totaal-schade in een bepaalde periode en, met betrekking tot de premie, welke in voorschotpremie en eventuele navorderingspremie uiteenvalt, doet zich hetzelfde voor. Deze premie is gebonden aan een bepaald maximum; is nu de totaal-schade groter dan de maximale premieontvangst dan worden de schaden pons-pons gewijze gereduceerd, zodat er evenwicht tussen premieontvangst enerzijds en uitkeringen anderzijds ontstaat. Het is nu noodzakelijk tot deze bepaalde financieringsvorm over te gaan op grond van het totaal onberekenbare karakter van de te verwachten schade. Men kan deze soort verzekeringen dan ook niet beschouwen als te voldoen aan de ruilformule, omdat het aleatoire karakter ontbreekt.

Wij komen in het navolgende met betrekking tot de methodiek der verzekeringswiskunde nog uitvoeriger hierop terug en gaan er thans van uit dat een premiecalculatie voor het risico dat gedekt moet worden met mindere of meerdere nauwkeurigheid mogelijk is. Deze risico-premie is dan gelijk aan de mathematische hoop.

Wij constateren voorts dat, ingevolge de bedrijfsmatige uitoefening, voor de onderneming de noodzakelijkheid bestaat behalve de risico-premie, welke het risico dekt, een opslag voor onkosten en bovendien een toeslag-premie voor afwijkingen van de waarschijnlijke schaden te heffen.

De motivering hiervan is de analoge als bij het geluksspel aangegeven en vindt zijn nadere precisering bij de bespreking van de methodiek.

Ook hier vinden wij dus, zoals bij de bedrijfsmatige uitoefening van het geluksspel, dat de te vorderen perfectie groter is dan de mathematische hoop.

Het verschil dient dan in beginsel voor kosten bestrijding –acquisitie, incasso en administratiekosten– en voor afwijkingen van het verwachte risico en eventueel voor een winstmarge.

De effectieve hoop van de verzekerde is gelijk aan de premie. Het

verschil tussen de effectieve hoop en de mathematische offert de verzekerde met het economische motief als werkende oorzaak. Het behoeft geen betoog, dat de spanning tussen effectieve en mathematische hoop, bijvoorbeeld door de heffing van een te grote winstmarge, niet te groot kan zijn. Deze heeft zijn natuurlijke begrenzing in de grensnutwaarde, welke de verzekeringspremie afwerpt voor die risico's van de groep, waarvoor de premie geldt, welke het meest gunstig moeten worden geacht. Overschrijding van die grens heeft autoselectie tengevolge.

Uit het voorafgaande kan worden geconcludeerd, dat voor ieder der drie besproken categorieën, weddenschap, geluksspel en verzekering de effectieve hoop groter is dan de mathematische. De betekenis van het verschil is voor ieder der categorieën echter wezenlijk verschillend. Is deze voor de weddenschap de meer of mindere voorkennis, voor het geluksspel de psychologische factor, voor de verzekering is deze het economische motief. Betaalt de wedder een inzet gelijk aan de mathematische hoop; de geluksspeler en de verzekeringsnemer betalen een bijdrage ter grootte van de effectieve hoop.

In feite hebben wij, door het object van de verzekeringswiskunde te schetsen als maatschappelijk verschijnsel vanuit het gezichtspunt van de verzekeringswiskundige reeds de richting aangegeven, waarin het gedachtencomplex inhaerent aan het aequivalentiebeginsel zich beweegt. Immers de vordering van gelijkheid tussen de geldsom als premie en de waarden van geldvorderingen is, zoals wij nader zullen zien de essentiële inhoud van het aequivalentiebeginsel. De nadere precisering kunnen wij echter slechts verkrijgen door de methodiek van de verzekeringswiskunde in oenschouw te nemen. Daartoe gaan wij thans over.

3 De methodiek van de verzekeringswiskunde

Doelstelling van de verzekeringswiskunde

De methodiek van de verzekeringswiskunde kunnen wij slechts begrijpen uit de doelstelling dezer wetenschap. Wij zouden deze doelstelling als volgt willen omschrijven.

De doelstelling van de verzekeringswiskunde is de ontwikkeling van de wetenschappelijke leer van die begrippen en methoden van wiskundig

karakter, welke de bedrijfsmatige uitoefening van de verzekering zowel in kwalitatief als in kwantitatief verband binnen de economische en sociale sfeer der gemeenschap vordert.

Het is duidelijk dat, indien men een bepaalde soort verzekering aan de hand van statistisch materiaal met betrekking tot die verzekering wiskundig wil gaan beschrijven, een onderzoek naar de homogeniteit van de verzekerde objecten ten aanzien waarvan het materiaal verzameld is, vooraf moet worden ingesteld.

De al dan niet gerechtigheid tot het samenvoegen van statistisch materiaal, hetgeen als kwalitatief onderzoek kan worden aangemerkt, behoort evenzeer tot de taak van de verzekeringswiskundige als het verdere kwantitatieve gebruik dat hij van de statistische uitkomsten wil maken. Uit de voorafgaande omschrijving van de verzekering als ‘object’ blijkt voorts de noodzakelijkheid van de beperking tot uiting komende in de laatste begrenzing. Met deze niet-wiskundige takken van wetenschap is de aanraking zodanig intensief, dat dit verband in de gegeven definitie tot uitdrukking moet komen.

Methodiek der verzekeringswiskunde

Bij de methodiek van de verzekeringswiskunde moeten wij dus onderscheid maken tussen de waardering van de ervaringscijfers en derzelve omwerking tot grondslagen voor de verdere berekening –problemen welke verwantschap vertonen met die der mathematische statistiek of wel behoren tot die der mathematische statistiek– en de afleiding van het formule-apparaat, dat beoogt uit de grondslagen gewenste grootheden af te leiden, welke de financiële betrekkingen waartoe de verzekering aanleiding geeft, trachten weer te geven. Hierbij worden dus uitspraken gedaan betreffende verwachtingen omtrent ongewisse evenementen, welke verwachtingen met kansen worden aangeduid. Wij vermenen in deze laatste problemen een zichtbare band met de waarschijnlijkheidsrekening te zien en poneren, mede gelet op de verwantschap tussen mathematische statistiek en waarschijnlijkheidsrekening, dat de verzekeringswiskunde op de waarschijnlijkheidsrekening stoelt, en dus de kennis-theoretische verantwoording vindt in die der waarschijnlijkheidsrekening.

Wij betreden daarbij een veel omstreden terrein. Het is nu niet onze

bedoeling U een historisch overzicht over deze strijd te geven, wel willen wij daarover U onze gedachtengang weergeven.

Het kansbegrip in de verzekeringswiskunde

Zoals uit het voorgaande blijkt worden in de verzekeringswiskunde ervaringsgrootheden afgeleid en gebezigd als kansen en wij stellen ons nu de vraag in hoeverre het gerechtvaardigd is in dit verband van kans te spreken. Deze vraag impliceert een begripsomschrijving van de kans als metafysische grootheid en in feite hebben wij bedoelde herleide ervaringscijfers daaraan kennis-theoretisch te toetsen.

Jean Ville schrijft in zijn boek 'Etude critique de la notion de collectif': 'Le problème de la définition de la probabilité a soulevé de nombreuses controverses; l'accord n'a pas été fait sur la solution qu'il convient de lui donner, et l'on peut craindre que cet accord ne se réalise jamais'.

Kunnen wij deze mening als vertegenwoordigend voor het standpunt van de waarschijnlijkheidstheoretici als juist aanvaarden, niet minder verdeeld zijn de meningen welke door de verzekeringswiskundigen worden gehuldigd.

In het twaalfde actuariële congres, dat in 1940 te Zürich zou worden gehouden, doch waarvan wegens het uitbreken van de oorlog slechts de ingezonden verhandelingen verschenen zijn, heeft men de vragen aan de orde gesteld:

'Quelles sont les hypothèses qui sont à la base des recherches actuarielles et dans quelle mesure l'emploi du calcul des probabilités et de la théorie du risque est-il justifié? Comment les actuaires peuvent-ils utiliser les résultats théoriques et spécialement les derniers progrès réalisés? Quelles confirmations les expériences tirées du domaine de l'assurance apportent-elles aux théories des probabilités et du risque?'

Een 19-tal verhandelingen van actuariële zijde heeft dit vraagstuk besproken en de rapporteur Jecklin, een samenvatting gevend van deze verhandelingen, concludeert:

'Über die allgemeine Rolle des Wahrscheinlichkeitsbegriffes und der Wahrscheinlichkeitstheorie in der Versicherung haben sich mehrere Autoren in sehr verschiedenem Sinne geäußert'.

Enerzijds dus verdeeldheid onder de kanstheoretici over het kansbegrip, anderzijds verschil van oordeel van de verzekeringswiskundigen over de toepasselijkheid van de waarschijnlijkheidsrekening in de verzekeringswiskunde. Ziedaar in korte trekken het probleem, waarvoor wij staan.

Naar mijn gevoelen heeft de Finetti in zijn congresbijdrage 'Il calcolo delle probabilità nel dominio dell'assicurazione' dit probleem wel het zuiverste gesteld, wanneer hij opmerkt:

Chiedere se l'applicazione del calcolo delle probabilità sia, in un certo problema, legittima o giustificata, chiedere se tale teoria sia confermata dall'esperienza, sono domande che rivelano una incompleta e inadeguata visione dell'essenza e della funzione del calcolo delle probabilità. Il fatto che tali dubbi sussistano, non può trovare una spiegazione se non nelle complicate e insodisfacenti definizioni della probabilità.

Het is dus allereerst de inhoud en de functie van het kansbegrip in de verzekeringswiskunde, welke wij hebben te onderzoeken en wij kunnen daarna nagaan in hoeverre dit kansbegrip in het kader van de waarschijnlijkheidsrekening –of juister gezegd van een bepaalde waarschijnlijkheidsrekening– past.

Een verzekeraar moet nu bij het aangaan van een verzekering –oneigenlijke verzekeringen sluiten wij uit– een waarderingsoordeel uitspreken, met name is hij verplicht de premie vast te stellen tegen welke hij de verzekering wil aangaan. Wij dienen dit echter scherper te omschrijven, de individuele verzekering is voor hem van secundair belang, zijn waarderingsoordeel betreft het complex van gelijksoortige verzekeringen, welke onder niet apert ongelijke omstandigheden verkeren. Zijn ervaring heeft hem nu geleerd, dat, hoe onregelmatig de uitkeringen ter zake van een bepaalde verzekering ten opzichte van die ener andere individuele verzekering ook geordend zijn of liever hoe ongeordend deze ten opzichte van elkaar zijn, er bij een complex van voldoende omvang een streven naar ordening merkbaar is.

Weliswaar is dit dikwerf niet direct waarneembaar en is hij genoodzaakt met betrekking tot een bepaald verschijnsel beschrijvende verhoudingscijfers, zich nader te bezinnen op de al of niet homogeniteit van zijn materiaal, met andere woorden, kan hij eerst na correctie zijner waar-

nemingsreeksen een ordening ontdekken, met dit voorbehoud neemt hij echter een verschijnsel waar dat aan een zekere wetmatigheid gehoorzaamt.

Hij kan dit verschijnsel nader analyseren en een reeks beschrijvingscijfers afbreken bij een in het verleden liggend jaar en op grond van de beschrijvingscijfers der afgebroken reeks, door het bepalen van daartoe geëigende gemiddelden, een voorspelling trachten te doen betreffende het naar zijn inzicht vermoedelijke verhoudingscijfer van het eerste jaar volgende op de afgebroken reeks. Dit cijfer kan hij toetsen aan het waargenomen verhoudingscijfer, dat zich dus in feite heeft gemanifesteerd. Dit proces kan hij herhalen voor alle verhoudingscijfers, welke na de afgebroken reeks voorkomen en hij constateert nu hij een groot waarnemingsmateriaal weliswaar afwijkingen van meer of mindere importantie, soms stelselmatige afwijkingen, maar als geheel een zodanig verband tussen waargenomen en verwacht verhoudingscijfer, dat hij zich gerechtigd acht na toepassing van de daarvoor geëigende methoden van de mathematische statistiek een gemiddeld verhoudingscijfer te produceren, waarmee hij pretendeert in eerste instantie het verschijnsel in de naaste toekomst te kunnen beschrijven.

Deze pretentie grondt hij op het geconstateerde verband tussen de afgeleide en waargenomen verhoudingscijfers van het verleden en hij meent nu door toepassing van het inductie-beginsel ook voor de naaste toekomst een voorspelling te kunnen doen.

Het proces is in wezen gecompliceerder dan zojuist omschreven.

Bestaat voor het aanwezig zijn van een trend een gereed vermoeden, dan zal hij uit vorenbedoelde verhoudingscijfers een schatting daarvan trachten te maken.

Na correctie van de verhoudingscijfers met het trendgedeelte is zijn opgaaf een frequentieverdeling van de afwijkingen op te stellen, door de gecorrigeerde verhoudingscijfers aan een gemiddeld verhoudingscijfer (exclusief trend) te toetsen.

Hij meent nu op grond van dit gemiddeld verhoudingscijfer, onder het in rekening brengen van de trend en onder het in aanmerking nemen van de frequentieverdeling, een uitspraak te kunnen doen omtrent het te verwachten verhoudingscijfer in de naaste toekomst.

Niet uitgesloten is het hierbij, dat hij vorenbedoeld procédé ter

correctie van de waargenomen verhoudingscijfers bij verschillende supposities herhaalt, waarbij hij een waarderingsoordeel uitspreekt over ieder der supposities en daardoor het in de waarschijnlijkheidsrekening bekende begrip van de zogenaamde ‘Wahrscheinlichkeiten zweiter Stufe’, met andere woorden een kansoordeel over de bij die suppositie behorende kansgrootte, moet introduceren.

Hij verkrijgt dan na combinatie van de verschillende uitkomsten onder het in aanmerking nemen der ‘Wahrscheinlichkeiten Zweiter Stufe’ een uitkomst, welke hem in staat stelt, na trendcorrecties, een toekomstig verhoudingscijfer op te stellen, waarbij zijn mate van zekerheid bepaald wordt door de bij die uitkomst behorende frequentie verdeling van de mogelijke afwijkingen.

Betreffen zijn berekeningen voorts verschijnselen welke nauw samenhangen met gelijke verschijnselen maar dan met betrekking tot andere collectieven –bijvoorbeeld het sterfteverschijnsel in een bepaalde leeftijdsklasse in samenhang met dat in de naburige leeftijdsklassen dan kan het gewenst zijn een zekere ‘Ausgleich’ van de berekende sterfteverhoudingscijfers te bewerkstelligen. Naar zijn wezenlijke betekenis moeten wij dit procédé zien als een manifestatie van de invoering van waarschijnlijkheden ‘Zweiter Stufe’ en niet zoals sommige auteurs menen de openstelling van de mogelijkheid ook externe invloeden bij de berekeningen te betrekken.

Het voor de naaste toekomst aanvaarde verhoudingscijfer toetst hij aan de waarnemingen in latere jaren, hetgeen hem aanleiding kan geven zijn onderzoek met behulp van de gegevens dier latere jaren weder opnieuw in te stellen, voor het berekenen van een toekomstig verhoudingscijfer op dat latere tijdstip. Economische en sociologische invloeden zullen hem er nu als regel toe nopen zijn voorspellingen periodiek te herzien.

Het is duidelijk, dat vele verzekeringswiskundigen het hier ontlede kansbegrip van de verzekeringswiskunde noch van gelijke structuur achten van dat optredende bij de klassieke definitie van Laplace, noch van dat der axiomatici als Borel en Kolmogoroff, wegens het uitgangspunt dezer laatsten neergelegd in de waarschijnlijkheid à priori, welke in de verzekeringswiskunde blijkens het voorgaande geen rol speelt.

Ogenschijnlijk kan meer aansluiting worden gevonden bij het waar-

schijnlijkheidsbegrip van de collectivisten (von Mises, Ward, Copeland e.a.), dat zelve aan het bepalingsprocédé van de waarschijnlijkheden à posteriori aansluit, doch welk laatste begrip in de klassieke probleemstelling door de invoering van constante waarschijnlijkheden à priori als waarschijnlijkheidsorzaken geen overeenstemming geeft met het waarschijnlijkheidsbegrip van de verzekeringswiskunde.

Bestudering van de criteria, waaraan een collectief moet voldoen teneinde als een ‘Wahrscheinlichkeitsfolge’ te kunnen worden aangemerkt, leidt echter tot het inzicht, dat de eindige collectieven van de verzekeringswiskunde daarin geen plaats kunnen vinden, en wel mede wegens het niet-optreden van een constante waarschijnlijkheid in deze eindige collectieven.

Moet hieruit worden geconcludeerd dat de verzekeringswiskunde los staat van de waarschijnlijkheidsleer?

Wij keren wederom terug tot de Finetti tot wat hij noemt: ‘i complicate e insoddisfacenti definizioni della probabilità’.

Stelt men zich –en wij zijn van gevoelen dat het als een juiste gedachten-gang moet worden aangemerkt– met Reichenbach ‘Die Wahrscheinlichkeitslehre’ op het standpunt, dat men niet van een mathematische, doch van een wijsgerige definitie van het waarschijnlijkheidsbegrip moet uitgaan voor de opbouw van de waarschijnlijkheidsrekening, dan bestaat de aansluiting van het kansbegrip in de verzekeringswiskunde aan dat van de waarschijnlijkheidsrekening er inderdaad.

In de formele waarschijnlijkheidsrekening van Reichenbach gebouwd op de logistiek, waarin naast de grondbewerkingen daarvan als negatie, conjunctie, implicatie en aequivalentie, de waarschijnlijkheidsimplicatie wordt ingevoerd, definieert hij :

‘Die Wahrscheinlichkeitsaussage ist eine generelle Implication zwischen Aussagen über die Zugehörigkeit von Elementen zu Klassen’.

In deze definitie past het omschreven waarschijnlijkheidsbegrip van de verzekeringswiskunde en vindt dus in de kennistheoretische toetsing van het waarschijnlijkheidsbegrip in de waarschijnlijkheidsrekening als hier bedoeld gelijke rechtvaardiging.

Wij achten ons in dit verband gerechtigd van kansen in de verzekeringswiskunde te spreken in al die gevallen waarin wij met quasi-over-

zienbare reeksen, dat wil zeggen eindige reeksen welke de mogelijkheid tot approximatieve benadering van een frequentie, te maken hebben.

Wij menen hier het begrip quasi-overzienbare reeksen te mogen gebruiken, ter onderscheiding van de door Reichenbach gedefinieerde overzienbare reeksen, welke een oneindig aantal elementen bevatten en zich door een limietbepaling van andere reeksen in hun frequentiewetmatigheid laten karakteriseren.

Aangezien wij van verzekering slechts dan spreken ingeval de betrekkelijke verhoudingscijfers te benaderen zijn uit quasi-overzienbare reeksen –in het tegengestelde geval bestaat geen technische mogelijkheid voor verzekering– menen wij in de toepasselijkheid van de door Reichenbach afgeleide inductieregel ten aanzien van overzienbare reeksen de kennistheoretische rechtvaardiging te zien tot het doen van die schattingen voor de naaste toekomst, welke de aard van de verzekering vordert.

Het allerbelangrijkste sluitstuk van de methodiek der verzekeringswiskunde is nu met behulp van de kanssystemen die wiskundige grootheden af te leiden welke de financiële verhoudingen, waartoe de verzekering aanleiding geeft, typeren.

Hierbij is het nodig bepaalde grondvergelijkingen op te stellen, weergevende de verplichtingen van de verzekeringsmaatschappij ten opzichte van die der verzekeringsnemers. Deze grondvergelijkingen worden beheerst door de begrippen welke in het aequivalentiebeginsel tot uiting komen. Het aequivalentiebeginsel zelve behoort dus tot de methodiek der verzekeringswiskunde.

4 Het formele aequivalentiebeginsel

Alvorens een definitie van het aequivalentiebeginsel met betrekking tot de verzekering te kunnen opstellen is het nodig deze binnen het economisch bestel te coördineren.

Ingevolge de omstandigheid, dat de transactie zich over een zeker tijdsverloop uitstrekt moeten wij deze plaatsen in tijdsverband.

De betekenis hiervan voor de zuivere crediettransactie is, dat men door middel van de rentevoet een geldvordering vervallende op een zeker tijdstip

door het in rekening brengen van intrest respectievelijk disconto, formeel kan verplaatsen naar een ander tijdstip ter verkrijging van de aequivalente waarde op dat andere tijdstip.

Deze formele verplaatsing geschiedt met behulp van een bepaalde rekenrentevoet, welke op een bepaald tijdstip wordt aangenomen en voor zuivere crediettransacties op korte termijn verband houdt met de geldmarktrente, voor gespecificeerde crediettransacties op lange termijn bijv. levensverzekeringsovereenkomsten, met de rente op de kapitaalmarkt.

Bij de gespecificeerde crediettransactie in casu de verzekering moet men voorts bij de vaststelling van de aequivalente waarde van een geldvordering op een zeker tijdstip, naar een ander tijdstip vallende binnen de duur der transactie, behalve met de intrest, resp. het disconto, rekening houden met de aleatoire gebeurtenis als wezenlijk bestanddeel der transactie. Doordat met name de geldvordering alleen dan geclaimd kan worden, indien zich bepaalde gebeurtenissen hebben voorgedaan, moet het kanssysteem der gebeurtenissen in aanmerking worden genomen om de waardering der vordering te kunnen vaststellen op het tijdstip bij het aangaan der verzekering dan wel op een tijdstip gelegen binnen de tijdsduur daarvan.

Bij de beslissing omtrent het toe te passen kanssysteem kunnen ook psychologische overwegingen een rol spelen. Het uit ervaringsmateriaal afgeleid kanssysteem zal immers slechts kunnen worden toegepast met betrekking tot nieuw te sluiten verzekeringen, indien men de condities zodanig gesteld heeft, dat de verzekeringen van de nieuwe groep in haar samenstelling gelijkwaardig is aan die waarop het ervaringsmateriaal betrekking heeft.

Brengen wij tenslotte als derde element het kostenelement in rekening dit wil dus zeggen, de vergoeding welke de verzekeringsnemer aan de maatschappij als kostenopslag verschuldigd is, dan volgt hieruit dat ten aanzien van de verzekering met drie hoofdelementen (grondslagen) rekening moet worden gehouden, met name enerzijds met het renteelement, dat ontstaat doordat de transactie zich binnen de economische sfeer van de samenleving afspeelt, vervolgens met het kansselement dat de waarschijnlijkheidstheoretische waardering ter zake representeert en tenslotte met het evenzeer in de economische sfeer spelende kostenelement als ordenend

beginsel.

De waardering van de geldvordering is ten aanzien van een bepaalde verzekering zuiver formeel. Zoals wij bij de methodiek der verzekeringswiskunde hebben uiteengezet is slechts van wetmatige beoordeling sprake indien wij te doen hebben met een complex gelijksoortige verzekeringen van voldoende omvang.

In het laatste geval moet men echter evenzeer van formele waardering spreken, indien het toe te passen kanssysteem in beginsel –bijvoorbeeld door het inacht nemen van zekere veiligheidsmarges– afwijkt van het systeem, dat met de aleatoire gebeurtenis correspondeert, dan wel de rentevoet of de kostenvergoeding in beginsel van de verwachte rente of de verwachte kosten verschillen.

Bouwen wij nu het aequivalentiebeginsel met betrekking tot één verzekering of ten opzichte van een complex verzekeringen in bovenbedoelde zin op, dan kunnen wij dit aequivalentiebeginsel slechts in formele zin opvatten; wij duiden dit dan ook aan met de naam van het formele aequivalentiebeginsel.

Wij zijn thans in staat het formele aequivalentiebeginsel nader te omschrijven. Hierbij is de grondgedachte, dat alleen dan van een gerechtvaardigd spel gesproken kan worden, indien de geldbetaling van de verzekeringsnemer aequivaleert met de waarde welke men aan de eventuele vordering vermeent te kunnen toekennen, benevens de kostenvergoeding en wel op basis van de aangenomen grondslagen.

Zo gesteld is het vraagstuk nog niet ondubbelzinnig bepaald, immers wat is de waarde van een geldvordering afhankelijk van de uitkomst, van een aleatoire gebeurtenis?

Van alle waarden, welke men aan een geldvordering afhankelijk van het al dan niet voorkomen van een aleatoire gebeurtenis, kan toekennen, treedt één waarde meer in het bijzonder naar voren: dit is de meest waarschijnlijke waarde en deze waarde wordt als waardering voor de eventuele geldvordering gebezigd.

De betrekkelijke willekeur van deze keuze uit formeel oogpunt wordt opgeheven, indien wij bedenken, dat deze waarde voor een voldoende aantal verzekeringen tevens representeert de op grond van de aangenomen onderstellingen te verwachten verdisconteerde uitkeringen aan de groep per

eenheid van verzekering; dit is dus de gemiddelde waarde.

Aangezien nu deze gedachtengang de premievaststelling afgezien van kosten impliceert, dus bij de aangenomen grondslagen de gerechte premie voor het risico oplevert, volgt hieruit de rechtvaardigheidsgrond voor de keuze van de meest waarschijnlijke waarde als aangenomen waarde voor de eventuele geldvordering.

Evenwel kan ook de premiebetaling afhankelijk van aleatoire gebeurtenissen zijn; op dezelfde gronden als boven geschetst moet de waarde, welke men aan de premiën verschuldigd ter zake van een bepaalde verzekering, wil toekennen, de meest waarschijnlijke waarde zijn. Ter voldoening aan de eis van het gerechtvaardigd spel behoort deze op dezelfde grondslagen als gebezigd voor de vaststelling van de waarde van de geldvordering, berekend te worden.

Bij een complex verzekeringen is evenzeer van formele waardering sprake bij aldien deze geschiedt op de basis van de aangenomen grondslagen, welke in beginsel van de in feite voldoende grondslagen verschillen. De waarderingen hier bedoeld moeten blijkens het voorgaande gekenmerkt worden door het begrip mathematische hoop.

Het formele aequivalentiebeginsel bij het afsluiten

Wij verkrijgen dus als formulering van het aequivalentiebeginsel dat de mathematische hoop van de verzekeraar met betrekking tot de premiën gelijk moet zijn aan de mathematische hoop van de geldvordering van de verzekeringsnemer vermeerderd met die van de kostenopslag en wel op het moment van het afsluiten der verzekering.

Aangezien de kosten voor een belangrijk deel in de toekomst worden gemaakt is het nodig in dit verband te spreken van de mathematische hoop van de kostenopslag en wel met betrekking tot de verzekeraar.

Na deze voorbereiding zijn wij in staat het formele aequivalentiebeginsel te definiëren voor het moment van het afsluiten van de verzekering.

‘Het formele aequivalentiebeginsel met betrekking tot de verzekering op het moment van het afsluiten van de verzekering stelt als eis, dat de mathematische hoop van de premieontvangst voor de verzekeraar gelijk is aan de mathematische hoop van de eventuele geldvordering van de

verzekeringsnemer of diens rechtverkrijgenden vermeerderd met die van de kostenopslag, een en ander binnen de formele economische sfeer en binnen het kader van het formele waarschijnlijkheids-theoretische inzicht'.

Het formele equivalentiebeginsel tijdens de bestaansduur

De vraag kan nu gesteld worden in hoeverre het formele aequivalentiebeginsel wijziging ondergaat, indien men dit beginsel tot uitdrukking wil brengen met betrekking tot een tijdstip gelegen binnen de bestaansduur van de verzekering.

Deze vraag is speciaal van belang voor de levensverzekering, waarbij de duur der verzekering gemeenlijk lang is.

De mathematische hoop van de premie-ontvangst neemt af naarmate de verstreken duur der verzekering groter is en wordt bij een kortere duur der premiebetaling dan de duur der verzekering nul op het tijdstip van beëindiging der premiebetaling, terwijl de mathematische hoop van de eventuele geldvordering in vele gevallen stijgende is en dus een positieve waarde heeft op bedoeld tijdstip.

Het op het tijdstip van afsluiten bestaande evenwicht wordt dus verbroken en vindt zijn herstel door de interne financiering der levensverzekeringmaatschappij met name door de voortdurende reservering in de wiskundige reserve van die delen van de reservepremiën (reserve-premie = brutopremie verminderd met zekere kostenopslagen), welke boven het voor het risico benodigde bedrag voor de verlopen duur der verzekering, betaald wordt.

Sluiten wij ons nu aan bij Berger 'Mathematik der Lebensversicherung', die de wiskundige reserve definieert, als het bedrag, dat de grootste kanswaarde heeft om met de nog te verwachten ontvangst der reserve-premiën te aequivaleren met de te verwachten uitkeringen en bedenken wij daarbij bovendien, dat de wiskundige reserve t.o.v. één verzekering slechts formele waarde heeft, evenals bij een complex verzekeringen, indien de grondslagen in beginsel van de voldoende grondslagen afwijken, dan kunnen wij het formele aequivalentiebeginsel met betrekking tot de verzekering op een willekeurig tijdstip binnen de bestaansduur der verzekering als volgt definiëren.

'Het formele aequivalentiebeginsel met betrekking tot de verzekering

op een willekeurig tijdstip gelegen binnen de tijdsduur der verzekering stelt als eis, dat de mathematische hoop van de premie-ontvangst vermeerderd met de wiskundige reserve als meest waarschijnlijke benodigde waarde voor de verzekeraar gelijk is aan de mathematische hoop van de eventuele geldvordering van de verzekeringsnemer of diens rechtverkrijgenden vermeerderd met die van de kostenopslag een en ander binnen de formele economische sfeer en binnen het kader van het formele waarschijnlijkheidstheoretische inzicht'.

Wij kunnen thans overgaan tot het fundamentele aequivalentiebeginsel.

5 Het fundamentele aequivalentiebeginsel

Algemeen

Het fundamentele aequivalentiebeginsel ontleent aan het formele de gedachtenrichting, aan de praktijk zijn houdbaarheid. Men gaat er hierbij van uit dat niet de gedragingen of het wangedrag van één verzekering maatgevend is, doch dat slechts het complex verzekeringen van voldoende omvang richtinggevend is. Vervolgens dienen de grondslagen in beginsel niet af te wijken van de voldoende grondslagen. Berekent een verzekeraar op deze grondslagen zijn premietarief dan is het nodig blijkens het voorgaande daarenboven een toeslagpremie voor afwijkingen van het risico te vorderen, terwijl ten slotte het tarief winstgevend wordt, indien een verdere toeslag voor ondernemerswinst geheven wordt. Voor een op deze wijze bepaald premietarief bestaat dus à priori de verwachting, dat dit tarief bij een voldoende grote groep verzekeringen enige winstmogelijkheid laat. Onder afwijkingen van het risico worden hier en in het navolgende mede bedrijfsverliezen in het algemeen verstaan.

In feite wordt in de praktijk de heffing van een toeslagpremie voor afwijkingen van het risico en voor winstcalculatie niet expliciete doch implicite gedaan door in plaats van voldoende grondslagen, grondslagen met veiligheidsmarges te kiezen.

Dit wil dus zeggen, dat de mathematische hoop van de premieontvangst berekend op grond van de aangenomen grondslagen weliswaar gelijk is aan de mathematische hoop van de eventuele geldvorderingen berekend op dezelfde grondslagen, vermeerderd met die van de kostenopslag, een en

ander bij het afsluiten van een voldoende groot complex verzekeringen, doch dat voor de verzekeraar de effectieve hoop van de premieontvangst met een zekere mate van waarschijnlijkheid groter is dan zijn effectieve hoop van de eventuele geldvorderingen vermeerderd met die van de kostenopslag.

In welke mate van waarschijnlijkheid voor de verzekeraar de effectieve hoop van de premieontvangst groter is dan die der eventuele geldvorderingen is een waarschijnlijkheidstheoretisch probleem.

De oplossing hiervan hangt samen met de vraag hoe groot de bedrijfsreserve voor afwijkingen van het te verwachten risico moet zijn om met een vooraf aangenomen kans geen grotere afwijkingen in ongunstige richting dan deze bedrijfsreserve te kunnen verwachten.

Het premietarief moet dus met andere woorden voldoende zijn om de maatschappij in staat te stellen door reserveringen uit de winst tot die bedrijfsreserve te kunnen geraken.

Is het een bedrijfstechnisch vereiste dat de verzekeraar een opslag voor afwijkingen van het risico vordert, de vraag in hoeverre een zekere winstmarge bedrijfstechnische betekenis heeft is afhankelijk van de sociale plaats van de onderneming in de economische orde.

Bij de uitoefening van het verzekeringsbedrijf door een privaateconomische onderneming is deze winstmarge zonder meer gerechtvaardigd en dit niet alleen uit hoofde daarvan, dat een redelijke ondernemerswinst als zodanig in de verdelende ruilrechtvaardigheid gegrondvest is, doch mede uit bedrijfstechnische overweging; immers het feit dat voor een verzekeringsonderneming de betekenis van zijn bedrijfsreserve niet uitgaat boven de eis dat zij met een bepaalde kans voldoende is om afwijkingen van het risico te kunnen opvangen, impliceert, dat grotere afwijkingen dan de bedrijfsreserve met de complementaire kans mogelijk zijn.

Deze laatste reden is in mindere mate aanwezig voor die publiekrechtelijke verzekeringsinstellingen, waarbij de gevolgen van catastrophes verhaalbaar gesteld zijn op de gemeenschap.

Het fundamentele aequivalentiebeginsel bij afsluiten

Na deze voorbereidingen zijn wij in staat het fundamentele aequivalentiebeginsel te formuleren.

‘Het fundamentele aequivalentiebeginsel met betrekking tot de

verzekering op het moment van afsluiten van een voldoende groot complex stelt als eis, dat de effectieve hoop van de premie-ontvangsten gelijk is aan de effectieve hoop van de eventuele geldvorderingen vermeerderd met die van de kostenopslag, toeslag voor afwijkingen van het risico en winstmarge een en ander binnen de economische sfeer en binnen het kader van het waarschijnlijkheidstheoretisch inzicht’.

Het fundamentele aequivalentiebeginsel tijdens de bestaansduur

Voor een tijdstip gelegen binnen de tijdsduur der verzekeringen geeft een analoge redenering als toegepast voor het formele aequivalentiebeginsel de formulering:

‘Het fundamentele aequivalentiebeginsel met betrekking tot de verzekering op een willekeurig tijdstip gelegen binnen de tijdsduur voldoende groot complex stelt als eis, dat de effectieve hoop van de premie-ontvangsten vermeerderd met de totale wiskundige reserve als meest waarschijnlijke benodigde waarde en vermeerderd met de bedrijfsreserve gelijk is aan de effectieve hoop van de eventuele geldvorderingen vermeerderd met die van de kostenopslag, toeslag voor afwijkingen van het risico en winstmarge, een en ander binnen de economische sfeer en het kader van het waarschijnlijkheidstheoretisch inzicht’.

6 De toepassing van het equivalentiebeginsel

Bij de praktische toepassing van het fundamentele aequivalentiebeginsel wordt veelal deze weg gevolgd, dat naast de grondslagen met veiligheidsmarge zogenaamde grondslagen ‘Zweiter Ordnung’ gekozen worden, welke voor de maatschappij een mindere mate van veiligheid bieden.

Door berekening van de financiële verhoudingen op beiderlei grondslagen kan men, door het in rekening brengen der verschillen, tot zekere winstverdelingsfactoren komen ter toedeling van de winst aan de winst-delende contracten.

Waardeert men nu gelijk in de praktijk gebeurt –de grondslagen, welke een veiligheidsmarge bevatten– explicite alsof deze niet aanwezig is, dan wordt de toepassing van het fundamentele aequivalentiebeginsel eenvoudig, immers dan zijn de grondformules welke uit dit beginsel voortvloeien

volkomen gelijk aan de zoveel eenvoudigere grondformules gebaseerd op het formele aequivalentiebeginsel.

In dat geval moet in de formulering van het fundamentele aequivalentiebeginsel in plaats van de effectieve hoop de mathematische gelezen worden en vervallen toeslagpremiën voor afwijking van het risico en winstmarge.

Dit is dan ook de reden, dat in de handboeken het aequivalentiebeginsel zonder nadere detaillering wordt weergegeven.

Het aequivalentiebeginsel verklaart men voorts van toepassing op één verzekering, met de bijgedachte, dat dit een praktische handelwijze is, welke slechts zin heeft indien men met een groot complex verzekeringen te doen heeft.

In wezen maakt men echter het onderscheid in aequivalentiebeginsel weer wel, indien men in het levensverzekeringbedrijf bij de wiskundige reserveberekening van de portefeuille overgaat tot andere grondslagen dan waarop het tarief der verzekeringen gebaseerd is.

Deze interne aanpassing aan gewijzigde omstandigheden is een doorkruising van het formele aequivalentiebeginsel en een toepassing van het fundamentele.

Resumerende blijkt dus, dat in de praktijk het formele aequivalentiebeginsel toegepast wordt ten aanzien van één verzekering, het fundamentele, als ware het formeel, op een complex, met dien verstande evenwel, dat, bij noodzaak tot wijziging der grondslagen voor de richtige interne financiering der maatschappij, de noodzakelijke transformatie plaats vindt, waarmee wederom de toepassing als formele toepassing ten aanzien van het complex wordt gewaardeerd.

Het aequivalentiebeginsel in de formele en in de fundamentele zin laat zich op overeenkomstige wijze voor de sociale verzekering en voor de pensioenverzekering, hetzij gefinancierd door middel van bedrijfs- dan wel door ondernemingspensioenfondsen weergeven.

Enkele der componenten, welke bij het aequivalentiebeginsel optreden zullen dan echter een gewijzigde betekenis krijgen.

Is verhaal van verliezen door afwijkingen van het risico mogelijk òf op de gemeenschap òf op andere wijze, dan is in beginsel geen heffing van een toeslagpremie voor afwijkingen van het risico en winstmarge nodig. Leert

daarbij de toepassing van het fundamentele aequivalentiebeginsel op bepaalde risico-groepen dat winsten zullen ontstaan, dan kunnen deze winsten dus bepaalde bestemmingen à priori krijgen.

In geval van premie-egalitatie tussen groepen van ongelijksoortige risico's is uiteraard formele aequivalentie slechts binnen het groepscomplex mogelijk.

Wij moeten met deze meer summiere aanduidingen volstaan. Het aantal mogelijke varianten is zeer groot. Het staat namelijk in correlatief verband met het aantal mogelijke financieringsregelingen. Wij hebben gemeend hier slechts terloops de aandacht op te kunnen vestigen, omdat de uitgesproken grondgedachte van het aequivalentiebeginsel in formele en fundamentele zin dezelfde blijft.

De maatschappelijke ontwikkeling met zijn voortdurende eisen van nadere verificatie van de gerechtvaardigheidsgronden en bewustere doeistelling in verband met het sterk vergrote publieke belang der verzekering brengt mede, dat men genoodzaakt zal zijn het fundamentele aequivalentiebeginsel in scherpere vorm te gaan toepassen, waarvoor het nodig is de resultaten der analyse van de bedrijfsvoering der verzekering in zijn onderlinge samenhang en in zijn extensieve verschijningsvorm nauwer aaneen te doen sluiten. Hoe dit proces zich zal ontwikkelen, vermogen wij niet te voorspellen.

In dit licht moge U bezien de woorden van Reichenbach: 'Als Blinde stehen wir vor der Zukunft; aber wir tasten einen Pfad, und wir wissen: wenn wir überhaupt einen Weg durch die Zukunft finden können, dann geschieht es durch Tasten entlang diesem Pfad'.

Tenslotte moge ik met een enkel persoonlijk woord besluiten.

Het is voor mij uiteraard een grote voldoening, dat ik naast collega Engelfriet voor het bezetten van een bijzondere leerstoel in de verzekeringswiskunde ben uitgenodigd.

Er is dan ook alle reden de Minister van Justitie en U medeleden van de Verzekeringskamer dank te weten voor Uw bereidheid om voor mij de mogelijkheid te openen naast mijn functie als lid van de Verzekeringskamer het bijzonder hoogleraarsambt in de verzekeringswiskunde te kunnen bekleden.

De medewerking, welke mij is toegezegd door de belanghebbende hoogleraren van de faculteit der Wis- en Natuurkunde en die der Economische Faculteit, zomede van collega Van Haaften van de Vrije Universiteit, stel ik op bijzondere prijs. Ik sluit hierbij tevens in mijn gevoelen van dankbaarheid ten opzichte van de leden van de Raad van Beheer van het Mathematisch Centrum, het Bestuur van het Actuarieel Genootschap, de Bedrijfsgroep Levensverzekering en de vertegenwoordigers van publiekrechtelijke en privaatrechtelijke Pensioenfondsen.

Moge het nieuw ingestelde doctoraal-examen beantwoorden aan haar doelstelling te weten zodanige alumni te vormen, dat zowel practijk als wetenschap daar wel bij varen. Moge Gods onmisbare zegen de voorgenomen arbeid, niet het minst die der studenten, steunen ten bate van het gemenebest, waarnaar onze toewijding behoort uit te gaan.

Ik dank U.